

文章编号: 1000-7598-(2005)02-0175-08

圆形硐室岩爆的折迭突变模型

潘 岳, 王志强

(青岛理工大学 土木工程学院, 山东 青岛 266520)

摘 要: 均匀围压下圆形硐室岩爆是传统意义上的软化区内岩环经过塑性变形局部化阶段完成的。当处于极限状态的塑性变形集中区承载能力下降时, 岩环中相对完好部分以弹性方式卸载, 当后者释放的弹性能超过前者塑性变形所耗散的能量时便发生岩爆。简捷地通过等效应力 σ_i 和等效应变 ε_i 关系建立突变模型对硐室岩爆进行了分析, 将状态变量 ε_i 用软化区半径 R 来表示。分析表明: 岩爆发生条件与硐室岩体的升降模量比 E/λ 和岩体裂隙发育程度 l/L 的乘积有关; 对于特定冲击倾向性的岩体, 存在对应的临界软化区深度 R_j , 即软化区深度达到 R_j 时便发生岩爆; 还给出硐室岩爆释放地震能等计算式, 岩爆释放的地震能量级则与硐室软化区深入程度有关。

关 键 词: 圆形硐室; 塑性变形局部化; 岩爆; 折迭突变模型; 临界软化区深度

中图分类号: TD 324⁺.1

文献标识码: A

Fold catastrophe model of circular tunnel rockburst

PAN Yue, WANG Zhi-qiang

(College of Civil Engineering, Qingdao Technological University, Qingdao 266520, China)

Abstract: The circular chamber rockburst under uniform confined pressure occurs and ends by the phase of the plastically deforming localization of rock ring in softening zone on the traditional meaning. The carrying force in the concentration zone of plastic deformation reduces under limiting state, but comparatively intact part in rock ring unloads by way of elasticity. The rockburst occurs when the elastic energy released by latter is more than the dissipated energy by former in plastically deforming form. The catastrophe model of tunnel rockburst is established forthright by the relationship between equivalent stress σ_i and equivalent strain ε_i , and state variable ε_i is expressed by softening zone radius R . Analysis shows: The occurrence condition of rockburst has relations with the product of the rock's ratio of elastic modulus to descending modulus and crack growth degree of rocks. To rock with specific rockburst tendency, there is corresponding critical depth of softening zone, R_j , i.e. rockburst occurs when softening zone depth reaches R_j . The amount of earthquake energy that released by rockburst has also relations with the deepening degree of softening zone.

Key words: tunnel; plastically deforming localization; rockburst; fold catastrophe model; critical depth of softening zone

1 引言

岩爆经常发生在巷、隧道和水利硐室中。水利硐室中较多发生的是表面岩石蹦出、抛射的弱岩爆。深部巷、隧道在高地应力作用下围岩软化区深度较大情况下可能会发生图1中围岩结构失稳、雪崩式硐室岩爆。圆形硐室因具有典型性而得到广泛研究, Cook^[1]最先对圆形硐室岩爆进行过分析, 他认为当围岩刚度小于硐室周边岩体应力-应变曲线软化段斜率的绝对值时, 硐室即发生岩爆。Cook

是仿照岩样在压机上作单轴压缩发生脆坏爆裂模式来构造其硐室岩爆思路的。岩样在软化破坏过程中压机的荷载值在减小(卸载), 故在此阶段压机在释放能量。当压机释放的弹性能超过岩样以其内裂纹扩展、连通所能耗散的能量时, 所超过的能量部分转变成系统的动能, 而促成岩样脆坏爆裂。但是, 硐室围岩向空区收敛、位移时弹性区岩体也发生径向位移, 同时还受到环向压缩, 即其弹性应变能增大, 处在加载状态。故对于硐室这种特殊结构发生的岩爆问题中, 围岩弹性区不是导致围岩软化区以

收稿日期: 2003-11-12

修改稿收到日期: 2004-02-09

基金项目: 山东省自然科学基金(No.Y2002-A03)资助项目, 山东省教委重点资助项目(No.G04D15)。

作者简介: 潘岳, 男, 1947年生, 教授, 主要从事岩土力学方面的研究工作。E-mail: panyue2004@eyou.com.

岩爆形式破坏的弹性能释放主体(详见第 3 节)。另外, Cook 只对薄层岩体岩爆进行分析, 对软化区较为深入如图 1 中发生的较高强度的硐室岩爆未能涉及。



图 1 某金矿巷岩爆实况

Fig.1 Rockburst happened in a gold mining tunnel

本文通过由能量守恒原理得到的功、能增量平衡关系途径^[2], 直接建立突变模型的平衡方程和平衡曲面, 对硐室岩爆问题进行分析。

2 硐室弹塑性区的应力、应变和位移

硐室岩体单轴压缩时的应力-应变关系^[2]为

$$\sigma = E\varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma_c \frac{\varepsilon/\varepsilon_c}{g(\varepsilon/\varepsilon_c - 1)^2 + \varepsilon/\varepsilon_c}, \quad \varepsilon \geq \varepsilon_c \quad (2)$$

其中

$$g = (7.26 \times 10^{-4}) \sigma_c^2 \quad (3)$$

式中 ε_c 为与岩体单轴压缩峰值强度 σ_c 所对应的应变。硐室无限长, 属平面应变问题, $\varepsilon_z = 0$ 。

设围岩岩体体积应变为零, 即 $\varepsilon_m = 0$ 。在 $\varepsilon_z = 0$ 和 $\varepsilon_m = 0$ 条件下(式(4)~(10), 参见文献[3]), 受均匀围压作用的硐室软化区的等效应力、等效应变、应变、位移和等效应力-等效应变关系分别为

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} (\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (4)$$

$$\varepsilon_i = \varepsilon_c \frac{R^2}{r^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{au_a}{r^2} \quad (5)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R^2}{r^2} = \frac{au_a}{r^2}; \quad \varepsilon_r = -\frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R^2}{r^2} = -\frac{au_a}{r^2} \quad (6)$$

$$u(r) = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R^2}{r} = \frac{au_a}{r} \quad (7)$$

$$\sigma_i = \sigma_c \frac{\varepsilon_i/\varepsilon_c}{g(\varepsilon_i/\varepsilon_c - 1)^2 + \varepsilon_i/\varepsilon_c} \quad (8)$$

式中 r 为矢径; a 为硐室半径; R 为软化区半径; u_a 为硐壁径向位移。

从式(5)~(7)可以看出, 岩体径向位移 u_a 和 $u(r)$ 增大时, 岩体在 r 处的应变 $\varepsilon_i(r)$, $\varepsilon_\theta(r)$ 及软化(塑性)区半径 R 也增大。因此, 也可用 r 处的等效应变 $\varepsilon_i(r)$ 及软化区半径 R 的增大来表示 u_a 及 $u(r)$ 的增大。围压弹性区的应力、应变与位移关系可直接引自弹性理论面应变轴对称结果 (p_0 为地应力):

$$\sigma_\theta^e = p_0 + \frac{E}{1+\mu} \frac{au_a}{r^2}; \quad \sigma_r^e = p_0 - \frac{E}{1+\mu} \frac{au_a}{r^2} \quad (9)$$

$$\varepsilon_\theta^e = \frac{au_a}{r^2}; \quad \varepsilon_r^e = -\frac{au_a}{r^2}; \quad u(r) = \frac{au_a}{r} \quad (10)$$

3 硐室围岩弹性区非弹性能释放主体

在硐壁 $r=a$ 处有位移增量 $du_a > 0$ 时, 由式(6)、式(9)、式(10)可得单位长度硐室围岩 R 到 $\rho(>R)$ 范围内弹性岩体的弹性应变能增量:

$$\begin{aligned} dU_e(\rho) &= \int_0^{2\pi} \int_R^\rho (\sigma_\theta^e d\varepsilon_\theta^e + \sigma_r^e d\varepsilon_r^e) r d\theta dr = \\ 2\pi \int_R^\rho (\sigma_\theta^e - \sigma_r^e) d\varepsilon_\theta^e r dr &= 2\pi \int_R^\rho \left(\frac{2E}{1+\mu} \frac{au_a}{r^2} \right) \frac{adu_a}{r^2} r dr = \\ \frac{2\pi E}{1+\mu} a^2 u_a du_a &\left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{\rho^2} \right) > 0 \end{aligned}$$

且当 $\rho \rightarrow \infty$ 时, 亦有 $dU_e > 0$ 。这表明, 当硐壁有位移增量 $du_a > 0$ 时, 弹性区岩体任何部分都在吸收能量。故在均匀围压下圆形硐室岩爆问题中, 弹性区非弹性能释放主体, 它的作用与岩样在压机上作单轴压缩爆裂脆坏中压机的作用是完全不同的。

4 硐室岩爆机制及其分析模型

蒋承林^[4]在数十次瓦斯突出试验中观察到, 煤是以球冠壳体形式突出的。文献[4]作者将试验中尚未全部突出的残余煤体锯开后发现, 残余煤体已自组织地形成了一层层叠加在一起的球冠壳锥形, 各层之间以断续的裂纹为界。而在圆形硐室岩爆及在对其模拟试验中, 在荷载的作用下岩爆前兆阶段硐室岩体也会自组织地形成以断续的裂纹为界的圆环形岩层。以下仅以图 2 软化区中率先岩爆破坏的从半径 a 到半径为 $b(>a)$ 的岩环为对象来进行研究。

岩爆前兆阶段硐壁有准静态位移增量 $du_a(>0)$ 时, 由式(7) $r=b$ 处位移增量 $du(b) = adu_a/b$, 环内岩体有应变增量 $d\varepsilon_\theta$ 和 $d\varepsilon_r$, 相应岩环的能量变化为 dU , 环表面力 $\sigma_r(b)$ 所做的功增量为 dW 。由于是处于准静态, 不计动能影响, 由能量守恒原理可得单位厚度岩环的功、能增量平衡关系:

$$dU - dW = 0 \quad (11)$$

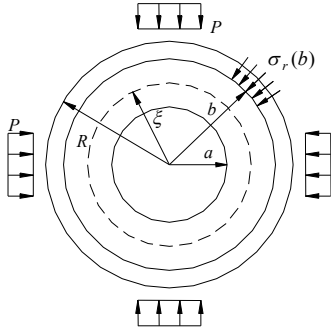


图2 圆形硐室岩爆的分析模型

Fig. 2 Analytic model of the circular tunnel rockburst

由式(4)、式(5)、式(7)可得其中的

$$dU = \int_0^{2\pi} \int_a^b (\sigma_\theta d\varepsilon_\theta + \sigma_r d\varepsilon_r) r d\theta dr = 2\pi \int_a^b \sigma_i(r) d\varepsilon_i(r) r dr$$

由积分中值定理, 存在 $\xi \in [a, b]$, 使得

$$dU = 2\pi \xi \sigma_i(\xi) d\varepsilon_i(\xi) \xi (b-a) \quad (12)$$

式(12)表明, 厚 $(b-a)$ 的岩环内的能量变化 dU 可以简捷地以 $r=\xi$ 处的等效应力 $\sigma_i(\xi)$ 和等效应变增量 $d\varepsilon_i(\xi)$ 来表示。据式(8)绘出的 $\sigma_i - \varepsilon_i$ 曲线软化段如图3所示。以下不作特别声明, 将始终用 $\sigma_i(\xi)$ 和 $\varepsilon_i(\xi)$ 来对图2中岩环破裂进行讨论。

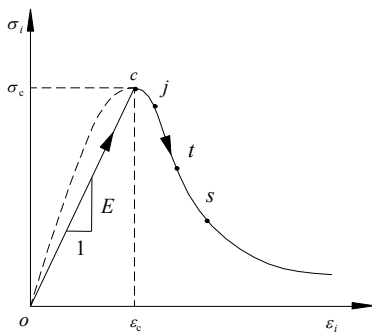
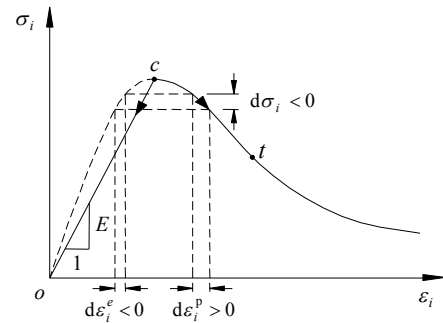
图3 据式(8)绘出的等效应力-等效应变关系 $\sigma_i - \varepsilon_i$ 曲线

Fig. 3 Equivalent stress-equivalent strain curve by the formula (8)

近年来根据试验和理论研究发展起来的塑性变形局部化理论^[5, 6]指出, 塑性变形或破坏发生集中在岩体的某些部分。当处于极限状态的这些部分承载力下降时, 岩体中相对完好部分以弹性方式卸载。图3或式(8)为不考虑塑性变形局部化效应时的整体意义下的 $\sigma_i - \varepsilon_i$ 曲线。为了对岩环由于塑性变形局部化而发生岩爆的机制和过程进行分析, 可参照式(8)构造另一个软化段更为平缓的 $\sigma_i - \varepsilon_i^p$ 曲线(图4)表达式:

$$\sigma_i = \sigma_c \frac{\varepsilon_i^p / \varepsilon_c}{g^p (\varepsilon_i^p / \varepsilon_c - 1)^2 + \varepsilon_i^p / \varepsilon_c}, \quad 0 < g^p < g \quad (13)$$

图4中以 c 点处峰值强度为界, 当岩体塑性变形集中部分沿曲线软化段下降时, 岩体其余相对完好部分沿斜率为 E 的 co 的直线段卸载。在应力增量 $d\sigma_i < 0$ 时, 前者的应变增量为 $d\varepsilon_i^p (> 0)$, 而后的应变增量为 $d\varepsilon_i^e (< 0)$, 在此过程中 $d\sigma_i < 0$ 相同, 但各自的应变却截然相反。

图4 塑性变形集中区的 $\sigma_i - \varepsilon_i$ 曲线Fig. 4 $\sigma_i - \varepsilon_i$ curve of the plastic deformation concentrating zone 0

岩体的塑性变形影响区在裂纹的小邻域 w 内^[6, 7], 岩爆前兆阶段岩环中已有很多相互间隔的裂纹。将岩环中各塑性变形影响区长度统计起来, 记为 $l(\xi)$, 其余相对完好部分的统计长度记为 $L(\xi)$, $L(\xi) = 2\pi \xi - l(\xi)$ 。这样就把式(12)中的 dU 分成 dU^e 和 dU^p 两部分, 即

$$dU^e = \sigma_i d\varepsilon_i^e L(\xi) (b-a) \cdot 1 = N_i dv_i^e < 0 \quad (14)$$

$$dU^p = \sigma_i d\varepsilon_i^p l(\xi) (b-a) \cdot 1 = F(\sigma_i) dv_i^p > 0 \quad (15)$$

式中 1 表示单位厚度, 而

$$N_i = F(\sigma_i) = \sigma_i (b-a) \cdot 1 = \sigma_i A \quad (16)$$

$$dv_i^e(\xi) = L(\xi) d\varepsilon_i^e; \quad dv_i^p(\xi) = l(\xi) d\varepsilon_i^p \quad (17)$$

由于岩环中相对完好部分处于弹性阶段, 故

$$dv_i^e(\xi) = dN_i / k, \quad k = EA / L \quad (18)$$

式中 k 为岩环完好部分的刚度; E 为图3、图4中的弹性模量。确定 $d\varepsilon_i^p$ 的原则是, 由 $d\varepsilon_i^e(\xi)$, $d\varepsilon_i^p(\xi)$ 引起的岩环应变应满足变形协调条件:

$$L(\xi) d\varepsilon_i^e(\xi) + l(\xi) d\varepsilon_i^p(\xi) = 2\pi \xi d\varepsilon_i(\xi) \quad (19)$$

由于式中 $d\varepsilon_i^e = d(\sigma_i / E) < 0$, 且 $l(\xi) \ll 2\pi \xi$, 故有 $d\varepsilon_i^p(\xi) > d\varepsilon_i(\xi)$, 即 $\sigma_i(\xi)$ 有变化时, 要使

$$d\varepsilon_i^p(\xi) = \bar{\eta} d\varepsilon_i(\xi), \quad \bar{\eta} > 1 \quad (20)$$

为此, 如式(13)中的 g^p 小于 g , 可使式 (20) 得到满足, 其中 g^p 越小, 图 4 曲线软化段越平缓, 式 (20) 中的 $\bar{\eta}$ 值就越大. $\bar{\eta}$ 与岩体性质有关. 在图 3、图 4 曲线上不同的对应点处比值 $d\varepsilon_i^p/d\varepsilon_i$ 会有所不同, 式 (20) 中 η 上方加一横线表示只考虑其平均效应. 这样, 通过式 (19)、式 (20) 已将平均意义下的塑性应变增量 $d\varepsilon_i$ 与按实际情况考虑塑性变形局部化时的应变增量 $d\varepsilon_i^p$ 联系起来了. 功、能增量平衡关系式 (11) 相应可写为

$$dU^e + dU^p - dW = 0 \quad (21)$$

式 (21) 的物理意义是: 当岩环有准静态径向位移时环向受到压缩, 岩环内塑性变形集中部分以其裂纹扩展、连通要耗散能量 $dU^p (> 0)$, 而岩环内完好部分由于卸载要释放弹性性能 $dU^e (< 0)$. 当 $-dU^e < dU^p$ 时, 尚须岩环 $r=b$ 面上的径向分布力 $\sigma_r(b)$ 做功来补充能量 $dW (> 0)$, 才能使岩环产生径向位移, 由于是准静态, 不计动能影响, 由能量守恒原理, 三者满足功、能增量平衡关系.

5 硇室岩爆的折迭突变模型

由式 (16)、式 (18) $dv_i^e(\xi) = dF/k$, 再将式 (14)、式 (15) 代入式 (21), 可得图 1 中岩环作准静态位移、变形时平衡方程:

$$\frac{F}{k} \frac{dF}{dv_i^p} + F - J = 0 \quad (22)$$

由式 (17)、式 (21) 知上式中:

$$J = \frac{dW}{dv_i^p} = \frac{dW}{l(\xi)\bar{\eta}d\varepsilon_i} \quad (23)$$

式中 J 为岩环塑性变形影响区统计长度有形变增量:

$$dv_i^p = l(\xi)d\varepsilon_i^p = l(\xi)\bar{\eta}d\varepsilon_i \quad (24)$$

相应硇壁有径向位移增量 du_a 或软化区半径增量为 $d(R^2)$ 时所需外界输入的能量. J 称之为能量输入率. 从式 (11)、式 (21)、式 (22) 的推导过程可知, 当式 (22) 中 $J > 0$ 时, 岩环作准静态位移、变形; 若 $J = 0$ 时, 则表明无需系统外力即 $r=b$ 面上的分布力 $\sigma_r(b)$ 做功, 仅凭岩环系统内部 (L 部分向 l 部分) 的能量转移, v_i^p , R 和 u_a 便可自动增大, 这表明岩环系统处于临界状态, 故可用

$$J = 0 \quad (25)$$

来作为判定岩环失稳破裂的临界条件.

由式 (16), 有

$$F(\varepsilon_i) = A\sigma_i = A\sigma_c \frac{\varepsilon_i/\varepsilon_c}{g(\varepsilon_i/\varepsilon_c - 1)^2 + \varepsilon_i/\varepsilon_c} \quad (26)$$

硇室岩爆是发生在图 3 软化段拐点 t 前后系统行为, 由式 (26) 表示的 $F(\varepsilon_i)$ 曲线 (图 3) 软化段上有一个拐点 t , 将其对应的应变值记为 ε_t . 经过运算可得 ε_t 与峰值力对应的应变 ε_c 的关系为

$$\varepsilon_t/\varepsilon_c = 2\cos\theta \quad (27)$$

其中

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{1-2g}{2g}\right) \quad (28)$$

从式 (27)、式 (28) 看到: 岩体强度越高, 即 g 越大或 θ 越小, 比值 $\varepsilon_t/\varepsilon_c$ 越小, 亦即软段曲线越陡. 利用式 (27)、式 (28), 并将式 (22) 在 ε_t 处展开可得:

$$\begin{aligned} & 3\frac{\lambda^2}{\sigma_c(4\cos^2\theta-1)^7}(\varepsilon_i-\varepsilon_t)^2 + \frac{\lambda^2}{(4\cos^2\theta-1)^6} \cdot \\ & \left[1 - \frac{k(4\cos^2\theta-1)^3}{\lambda/(l\bar{\eta})}\right](\varepsilon_i-\varepsilon_t) - \frac{\lambda^2\varepsilon_c 2\cos\theta}{(4\cos^2\theta-1)^5} \cdot \\ & \left[1 - \frac{k(4\cos^2\theta-1)^3}{\lambda/(l\bar{\eta})}\right] - kl(\xi)\bar{\eta}J + O(\varepsilon_i-\varepsilon_t)^3 = 0 \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $\lambda = \frac{\sigma_c A}{g\varepsilon_c}$; $-\frac{(4\cos^2\theta-1)^3}{\lambda} = \frac{1}{F'(\varepsilon_t)}$. 记

$$K = \frac{k}{-F'(v_{it}^p)} = \frac{EA/L}{-[dF/(l\bar{\eta}\varepsilon_i)]_{\varepsilon_i=\varepsilon_t}} = \frac{E}{|\sigma'_i(\varepsilon_t)|} \frac{l}{L} \bar{\eta} \quad (30)$$

其中, K 为岩环中相对完好部分的刚度 $k = EA/L$, 与 $l(\xi)$ 部分荷载形变曲线 $F - v_i^p$ 曲线拐点 $v_{it}^p = l\bar{\eta}\varepsilon_t$ 处斜率的绝对值之比.

以下讨论 K 在 1 附近取值的情况. $(\varepsilon_i - \varepsilon_t)$ 的 2 次项是式 (29) 中系数不为零的最高项次, 据确定性原则^[7], 在突变理论中式 (29) 对应的是折迭突变模型的平衡方程, 故可去 $(\varepsilon_i - \varepsilon_t)$ 的 3 次以上项来用其讨论岩环的稳定性, 则式 (30) 可写成:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} + \frac{4\cos^2\theta - 1}{24\cos^2\theta}(1-K)\right]^2 - \frac{(4\cos^2\theta - 1)^2}{24^2\cos^4\theta} \cdot \\ & (1-K)^2 - \frac{(4\cos^2\theta - 1)^2}{12\cos^2\theta}(1-K) - \frac{(4\cos^2\theta - 1)^2}{12\cos^2\theta} \cdot \\ & \frac{K}{F(\varepsilon_t)}J = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

作变量代换:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} + \frac{4\cos^2\theta - 1}{24\cos^2\theta}(1-K); \\ \beta &= -\frac{(4\cos^2\theta - 1)^2}{4\cos^2\theta} \left[\frac{(1-K)^2}{12\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} + \frac{1-K}{3F(\varepsilon_i)}J \right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

可将式(32)写成

$$x^2 + \beta = 0 \quad (33)$$

式中 x 为状态变量; β 为控制变量。 $\beta \leq 0$ 时。式(33)的图形为一抛物线。 $\beta = 0$ (或 $K=1$ 轴) 将抛物线分成上、下两支, 如图5所示。令式(32)中 $x=0$ 得到的

$$\varepsilon_i(\xi) = \left[1 - \frac{4\cos^2\theta - 1}{24\cos^2\theta}(1-K) \right] \varepsilon_t \quad (34)$$

时的等效应变对应着图5上(包括抛物线原点在内的) $K=1$ 轴上的点。

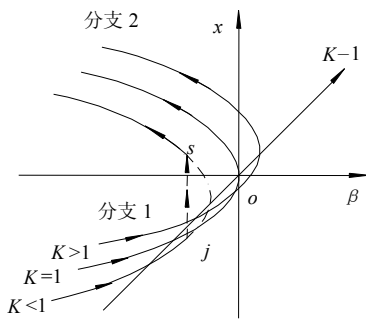


图5 折迭突变模型的平衡曲面

Fig. 5 Equilibrium surface of fold catastrophe model

式(21)、式(22)中的 J 是个变量。当岩环作准静态位移、变形时, $J > 0$, 故式(31)可写成如下2个式子:

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} + \frac{4\cos^2\theta - 1}{24\cos^2\theta}(1-K) &= x_1 = \\ &- \frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \sqrt{\frac{(1-K)^2}{12\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} + \frac{K}{3F(\varepsilon_i)}J} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} + \frac{4\cos^2\theta - 1}{24\cos^2\theta}(1-K) &= x_2 = \\ &\frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \sqrt{\frac{(1-K)^2}{12\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} + \frac{K}{3F(\varepsilon_i)}J} \end{aligned} \quad (36)$$

式(35)、式(36)是岩环作准静态变形时的2个分支, 它们分别对应图3的 $\sigma_i - \varepsilon_i$ 曲线拐点 t 以上和以下的某个区段。硐室破坏问题中, 岩环的平衡位置最终必定要到达分支2的。图5中对于不为零的 β 值, 系统有2个平衡位置与之对应, 当 K 值给

定, 而 J 变化时, 平衡位置由分支1经过原点或 $K=1$ 轴过渡到分支2, 岩环将以渐进形式破坏; 否则, 平衡位置将在分支1上以跳跃形式到达分支2, 岩环将以岩爆形式破坏。

6 折迭突变模型对硐室岩爆的描述

由图2知, 岩环径向位移时式(11)或(21)中的 dW 可写为

$$dW = 2\pi b \sigma_r(b) du(b) \quad (37)$$

对于 $\sigma_r(b)$ 和 $\sigma_r(a)=0$ 在区间 $[a, b]$ 上运用微分中值定理, 再利用轴对称问题平衡方程和式(4)可得:

$$\sigma_r(b) - \sigma_r(a) = \frac{d\sigma_r}{dr} \Big|_{r=\xi_1} (b-a) = \frac{\sigma_\theta(\xi_1) - \sigma_r(\xi_1)}{\xi_1}.$$

$$(b-a) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_i(\xi_1)}{\xi_1} (b-a), \quad a < \xi_1 < b \quad (38)$$

式中 ξ_1 与式(12)中的 ξ 实际上相同, 下文已令 $\xi_1 = \xi$ 。由式(7)、式(5)可得:

$$du(b) = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{d(R^2)}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \xi^2 \frac{d\varepsilon_i(\xi)}{b} \quad (39)$$

将以上式(38)、式(39)代入式(37), 并利用式(19)、式(17)可得:

$$dW = 2\pi \xi \sigma_i(\xi) A d\varepsilon_i(\xi) = F(\xi) (dv_i^e + dv_i^p) \quad (40)$$

再由式(17)、式(18)及式(20)可得:

$$J = \frac{dW}{dv_i^p} = F \left(\frac{dv_i^e}{dv_i^p} + 1 \right) = F \left(\frac{1}{k} \frac{dF}{dv_i^p} + 1 \right) = \frac{F}{k} \left(\frac{dF}{d\varepsilon_i} \frac{1}{l\bar{\eta}} + k \right) \quad (41)$$

对于固定的 K 值, 在图5分支1上 ε_i 增大时, 由图3知, 式(40)中 $dF/d\varepsilon_i = Ad\sigma_i/d\varepsilon_i$ 减小, J 也相应减小; 由式(32)、式(35)知, β 与 x_1 由负向零变化, 即平衡位置 (β, x_1) 沿分支1右行; 在分支2上 ε_i 增大时, 由图3知, 式(40)中 $dF/d\varepsilon_i = Ad\sigma_i/d\varepsilon_i$ 增大, J 也相应增大; 由式(32)、式(36)知, β 负向增大而 x_2 正向增大, 即平衡位置 (β, x_2) 沿分支2左行。

下面来看 K 取不同的值时, ε_i 趋近和离开 $[1 - (4\cos^2\theta - 1)(1-K)/(24\cos^2\theta)]\varepsilon_t$, 即平衡位置趋近和离开 $K=1$ 轴时情况:

① $k < -F'(v_i^p) = -F'(\varepsilon_i)/l\bar{\eta}$, 即 K 取某小于1的值
平衡位置 (β, x_1) 沿分支1右行。可以证明, 在分支1上存在某点 $x_j(<0)$, 或 $\varepsilon_i(\xi) < [1 + (4\cos^2\theta - 1) \cdot (1-K)/(24\cos^2\theta)]\varepsilon_t$ 的某点 ε_{ij} 处有:

$$-F'(\varepsilon_{ij}) < -F' \left\{ \left[1 - \frac{(4\cos^2\theta - 1)(1-K)}{24\cos^2\theta} \right] \varepsilon_i \right\} < F'(\varepsilon_i)$$

这会使得

$$\frac{F_i(\varepsilon_{ij})}{l\bar{\eta}} + k = 0 \quad (42)$$

即在 j 点处岩样单轴压缩脆坏的 Cook 刚度判据得到满足。这时, 式 (40) 中

$$\frac{dW}{dv_i^p} = 0 \quad \text{或} \quad J = 0 \quad (43)$$

即式 (25) 得到满足, 系统处于临界状态。

式 (7) 表明, 硇壁有位移增量 $du_a(>0)$ 时, 岩环 $r=b$ 处的位移增量为 $du(b>(>0))$, 而软化区半径增量 $dR^2(>0)$ 。岩环平衡位置在准静态平衡路径分支 1 上移动时, $du(b)$ 与 dR^2 是同阶微量。将式 (37)、式 (24) 代入临界条件式 (43) 后, 由式 (5) 得

$$J = \frac{dW}{dv_i^p} = \frac{2\pi b\sigma_r(b)}{l\bar{\eta}} \frac{du(b)}{d\varepsilon_i} = \frac{2\pi b\sigma_r(b)\xi^2}{l\bar{\eta}} \frac{du(b)}{dR^2} = 0$$

即 $du(b)/dR^2 = 0$ 或 $dR^2/du(b) \rightarrow \infty$ 。这表明, 在 ε_{ij} 处软化区半径 R 将有一个突然的有限改变量。图 5 中除 $K-1$ 轴上的点之外, 对于同一 β 值 x 有 2 个状态与之对应, 故平衡位置将从分支 1 上的 x_j 点跳跃到分支 2 上的 x_s 点, 在 s 处有着式 (42) 形式相同的关系式 (44) 成立。

$$\frac{F_i(\varepsilon_{is})}{l\bar{\eta}} + k = 0 \quad (44)$$

由于 $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_c R_j^2 / \xi^2$, 式 (42) 表明, 对于一定的 $K (<1)$ 值存在一个临界软化区半径 R_j , 当地应力增大或弹性区岩体流变使软化区边界上的分布力 $\sigma_r(R)$ 增大, 而相应软化区半径 R 增大到 R_j 时, a 到 b 范围的岩环发生岩爆。岩爆前后软化区半径的跳跃值由式 (35)、式 (36), 并通过式 (5)、式 (27) 可得为

$$R_s^2 - R_j^2 = 2(4\cos^2\theta - 1) \sqrt{\frac{(1-K)^2}{8\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3}} \xi^2 \quad (45)$$

临界软化区半径和岩爆后软化区半径分别为

$$R_j^2 = \left\{ 1 - \frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \left[\sqrt{\frac{(1-K)^2}{12^2\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3}} + \frac{1-K}{12\cos\theta} \right] \right\} \cdot 2\cos\theta\xi^2 \quad (46)$$

$$R_s^2 = \left\{ 1 + \frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \left[\sqrt{\frac{(1-K)^2}{12^2\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3}} - \frac{1-K}{12\cos\theta} \right] \right\} \cdot 2\cos\theta\xi^2 \quad (47)$$

由式 (7) 可得硇壁临界径向位移、岩爆后的径向位移:

$$u_{aj} = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R_j^2}{a}; \quad u_{as} = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R_s^2}{a} \quad (48)$$

及岩爆时硇壁位移跳跃幅值:

$$\Delta u_a = u_{as} - u_{aj} = \frac{\sqrt{3}}{2} \varepsilon_c \frac{R_s^2 - R_j^2}{a} \quad (49)$$

对式 (33) 关于 x 积分得岩环失稳突变模型的无量纲总势能函数为

$$\Pi_o = \frac{x^3}{3} + \beta x \quad (50)$$

在图 5 中 j 点与 s 点处的系统总势能分别为

$$\Pi_{oj} = \frac{x_j^3}{3} + \beta_j x_j; \quad \Pi_{os} = \frac{x_s^3}{3} + \beta_s x_s$$

式中 $\beta_j = \beta_s$ 。令式 (32)、式 (35)、式 (36) 中的 $\beta = \beta_j$, $x_1 = x_j$, $x_2 = x_s$ 。由于在 $\beta_j, \beta_s, x_j, x_s$ 中均有 $J=0$, 故可得平衡位置从 j 点跳到 s 点时, 系统无量纲弹性能释放量为

$$\Delta\Pi_o = \Pi_{oj} - \Pi_{os} = \frac{4}{3} \left(\frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \right)^3 \left[\frac{(1-K)^2}{12^2\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} \right]^{3/2} \quad (51)$$

利用式 (46) 作出 $\sigma_c = 40 \text{ MPa}$ 时的无量纲临界软化区深度 R_j/ξ 与 K 值的关系曲线如图 6 所示。从图看到, ① R_j/ξ 总大于 1; ② K 小时, R_j/ξ 也小 (即 R_j 很接近 ξ)。这表明发生岩爆的岩环较簿, 即临界软化区深度 R_j 较小。由于 R 的大小与硇室荷载 p_o 成正比, 所以使硇室发生岩爆的临界荷载 p_{oj} 也小, 因此, K 小或坚硬、质量较好的岩体容易发生岩爆; ③ 反之, K 大时, R_j/ξ 也大 (R_j 较大大于 ξ , 即岩环较厚), 要求导致岩爆的临界荷载 p_{oj} 也大, 因此不容易发生岩爆。这与现场观察和硇室岩爆试验结果一致。

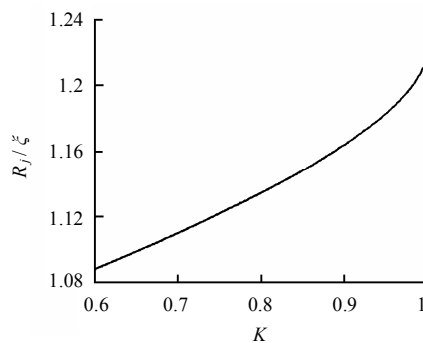


图 6 K 值与临界软化区深度 R_j/ξ 的关系
Fig. 6 Relation between K and critically softening zone depth

② $k = -F'(\varepsilon_i)/l\bar{\eta}$ 即 $K=1$ 。

当 $k = -F'(\varepsilon_i)/l\bar{\eta}$ 或 $K=1$ 时, 式(35)、式(36)成为

$$\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} = x_1 = -\frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \sqrt{\frac{J}{3F(\varepsilon_t)}} \quad (52)$$

$$\frac{\varepsilon_i - \varepsilon_t}{\varepsilon_t} = x_2 = \frac{4\cos^2\theta - 1}{2\cos\theta} \sqrt{\frac{J}{3F(\varepsilon_t)}} \quad (53)$$

平衡位置 (β, x_i) 沿分支 1 右行, J 由正而减小, 当 $\varepsilon_i = \varepsilon_t$ 时, 由条件 $k = -F'(\varepsilon_i)/l\bar{\eta}$ 及式(40)知, 式(25)或(43)也得到满足, 但因为这时式(42), 式(53)右端 $J=0$ 或 $x_1 = x_2 = 0$, 即图 5 中的准静态平衡路径分支 1 和分支 2 (都延伸到 $K-1$ 轴) 在 origin 相连。平衡位置能平稳(无跳跃)地从分支 1 过渡到分支 2, 并沿分支 2 左行。这表明岩环或硐壁岩体以持续、渐进方式破裂。

$K>1$ 时, 岩环以渐进方式破裂, 不多赘述。

7 硐室岩爆的地震能释放量计算

由式(30)及第 5 节论述知, 当式(51)中的

$$K = \frac{kl\bar{\eta}}{-F'_i(\varepsilon_t)} = \frac{E}{|\sigma'_i(\varepsilon_t)|} \frac{l}{L} \bar{\eta} < 1 \quad (54)$$

时, 硐室具备岩爆条件。一般可认为升降模量比 $E/|\sigma'_i(\varepsilon_t)| \approx 1/R = W_p/W_e$ [8], 以岩石应力-应变曲线峰强度 σ_c 为界, W_e 为 σ_c 前岩石积聚的弹性应变能, W_p 为 σ_c 后岩石消耗的塑性变形能。式(54)表明, $E/|\sigma'_i(\varepsilon_t)|$ 值小(岩石应力-应变曲线上段平缓, 而软化段陡), 岩体具有冲击倾向; l/L 小即岩体裂隙发育程度低, 则容易发生岩爆。

通过式(31)、式(24)、式(27), 可得用 σ_c 和 ε_c 表示的硐室岩爆时释放的(量纲化)地震能:

$$\begin{aligned} \Delta\Pi &= \frac{12\cos^2\theta}{(4\cos^2\theta-1)^2} \frac{F(\varepsilon_t)}{K} l\bar{\eta}\varepsilon_t\Delta\Pi_0 = \\ &= \frac{8\cos\theta}{(4\cos^2-1)} \frac{|\sigma'_i(\varepsilon_t)|}{E} \frac{(b-a)L\sigma_c\varepsilon_c}{g} \left[\frac{(1-K)^2}{12^2\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} \right]^{\frac{3}{2}} = \\ &= \frac{8\cos\theta}{(4\cos^2\theta-1)^4} \frac{(b-a)L\sigma_c\varepsilon_c}{g^2} \left[\frac{(1-K)^2}{12^2\cos^2\theta} + \frac{1-K}{3} \right]^{\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (55)$$

岩环完好部分的长度 $L(\xi) \propto R$ 。式(52)表明, 硐室岩爆时释放的地震能除了与 $E/|\sigma'_i(\varepsilon_t)|$, K , σ_c , ε_c 有关外, 还与软化区深度 R 有关。

华北某煤矿 3652 采场一个在开挖中的巷道, 半径 $a=2.5$ m, 1991 年 6 月 6 日 13 日零点在约 100 m 长

度的巷道上发生岩爆。岩爆碎煤充塞巷道, 使巷道可视直径仅为 1 m。地震观察站记录此次岩爆强度相当于里氏 2.4 级地震。现场煤体参数 $\varepsilon_c=10^{-2}$, $\sigma_c=20$ MPa, 由式(3)、式(28)算得 $g=0.29$, $\theta=14.6^\circ$, 取 $b=3.15$ m, $\xi=2.9$ m, $L=17$ m, $K=0.8$ 。将有关参数代入式(52), 算得岩爆释放地震能 $\Delta\Pi=7.0\times 10^7$ J, 相当于里氏 2 级地震。据式(44)~(47), 算得临界软化区深度 $R_j=3.151$ m, 岩爆后软化区深度 $R_s=4.68$ m, 岩爆发生临界巷壁位移 $u_{aj}=3.4$ cm, 岩爆巷壁位移突跳值 $\Delta u_a=u_{as}-u_{aj}=3.9$ cm。临界状态下再径向突跳 3.9 cm 引起的破碎量, 加上巨大地震能的作用, 足以使 $b-a=0.65$ m 厚的破碎煤环充塞巷道。

8 结 语

硐室岩爆是由于地压作用下岩体塑性变形局部化效应及岩环中完好部分岩体的弹性能释放所引起。文中建立的硐室岩爆数学模型, 同时可对硐室岩体表面发生的弱岩爆及深部巷、隧道在高地应力作用下会发生的围岩结构失稳、雪崩式硐室岩爆进行描述。研究表明: 硐室岩爆发生条件与硐室岩体的升降模量比 $E/|\sigma'_i(\varepsilon_t)|$ 和岩体裂隙发育程度 l/L 的乘积有关, 而硐室岩爆时释放的地震能量级还与软化区深度 R 有关; 存在临界软化区深度 R_j , 当满足岩爆发生条件而地压显现使软化区深度达到 R_j 时, 硐室发生岩爆。文中给出硐室岩爆释放地震能等计算式, 有关计算结果与岩爆现场记录值接近。

参 考 文 献

- [1] Jaeger J C, Cook G W, Fundamentals of Rock Mechanics[M]. London: Chapman and Hall Press, 1979. 466—470.
- [2] 潘岳. 受压构件本构失稳的折迭突变模型[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 271—275.
PAN Yue. Fold catastrophe model of constitutive failure in compression[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2001, 22(3): 271—275.
- [3] 潘岳, 王志强. 应变非线性软化的硐室围岩荷载-位移关系研究[J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1 515—1 521.
PAN Yue, WANG Zhi-qiang. Research on relationship of load displacement for cavern surrounding rock based strain nonlinear softening[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, 25(10): 1 515—1 521.
- [4] 蒋承材. 煤壁突出孔洞的形成机理研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(2): 225—228.
JIANG Cheng-lin. Study of forming mechanics of outburst hole[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(2): 225—228.